



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

# Wytrzymałość Materiałów

## Projektowanie połączeń konstrukcji

Przykłady połączeń, siły przekrojowe i naprężenia, idealizacja pracy łącznika, warunki bezpieczeństwa przy ścinaniu i docisku, połączenia na spoiny pachwinowe

**Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki**

**Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji**

**dr hab. inż. Kinga Nalepka**

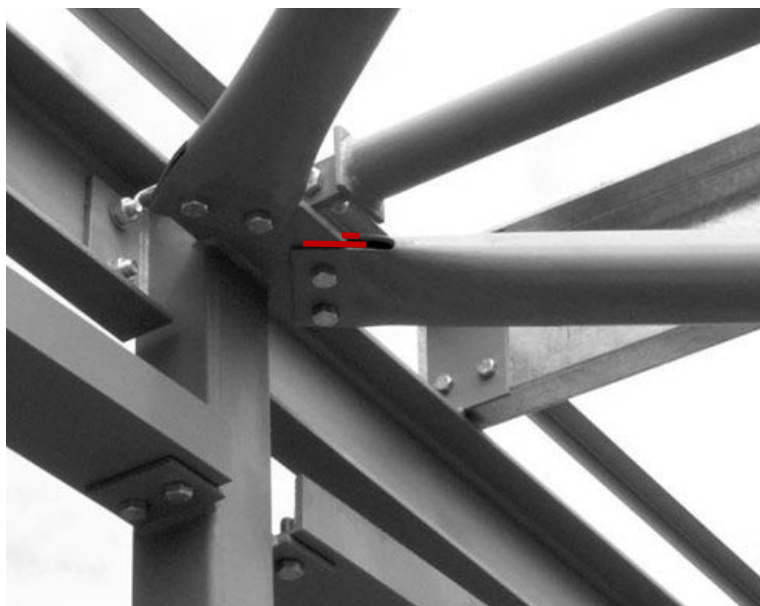
**B2, III p., pok. 312**

**e-mail: [knalepka@agh.edu.pl](mailto:knalepka@agh.edu.pl)**

**tel. 12 617 30 98**

[http://zwmik.imir.agh.edu.pl/dydaktyka/dla\\_studentow/imir/imir.html](http://zwmik.imir.agh.edu.pl/dydaktyka/dla_studentow/imir/imir.html)

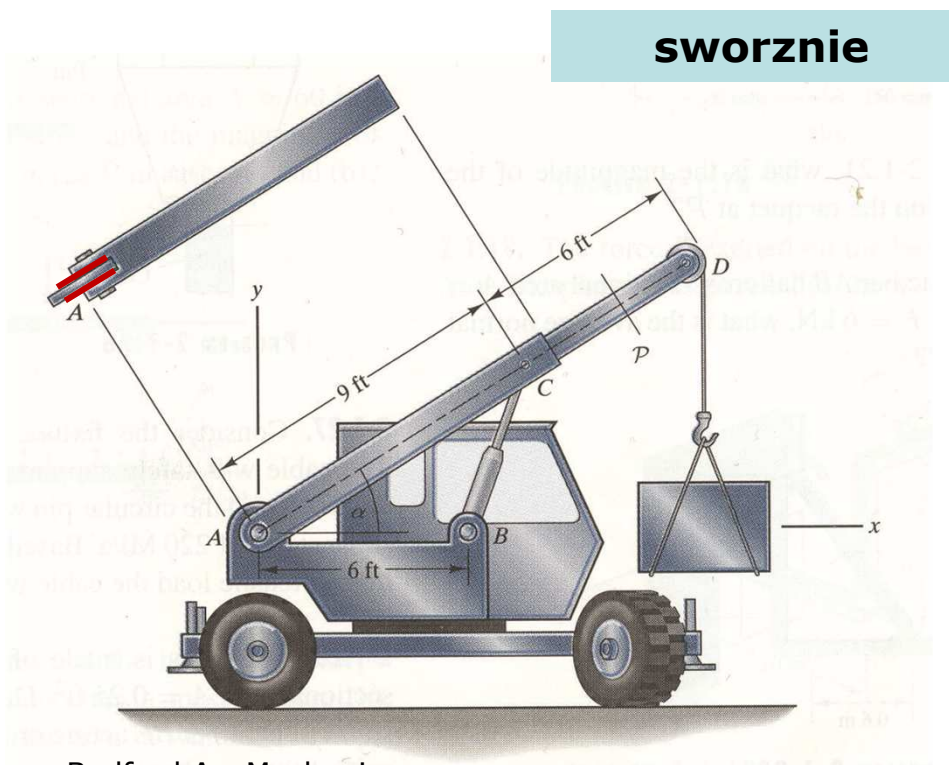
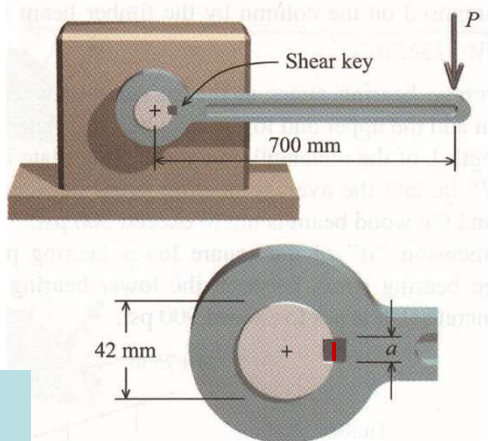
# Przykłady połączeń



**śruby**

Philpot T.A.:  
Mechanics of  
materials

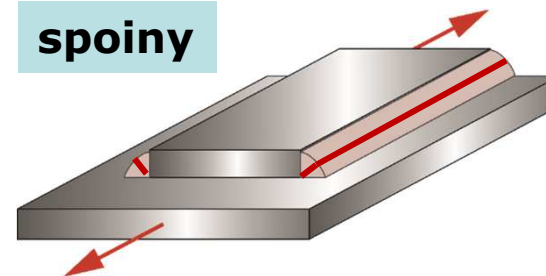
**wpust**



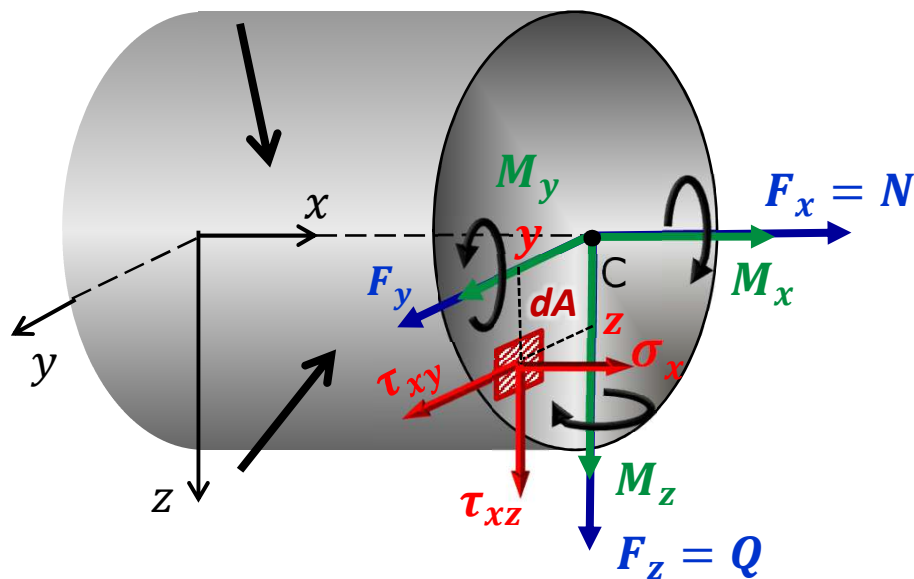
**sworznie**

Bedford A.: Mechanics  
of materials

**spoiny**



# Siły przekrojowe - naprężenia



$$N = \int_A \sigma_x dA \quad - \text{rozciąganie/ściskanie}$$

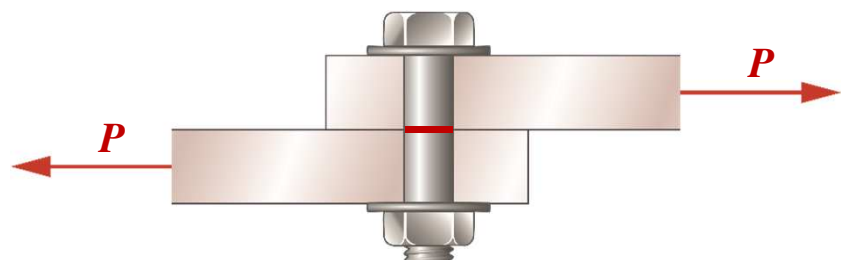
$$\left. \begin{aligned} F_y &= \int_A \tau_{xy} dA \\ F_z &= \int_A \tau_{xz} dA \end{aligned} \right\} - \text{ściananie}$$

$$T = \sqrt{F_y^2 + F_z^2}$$

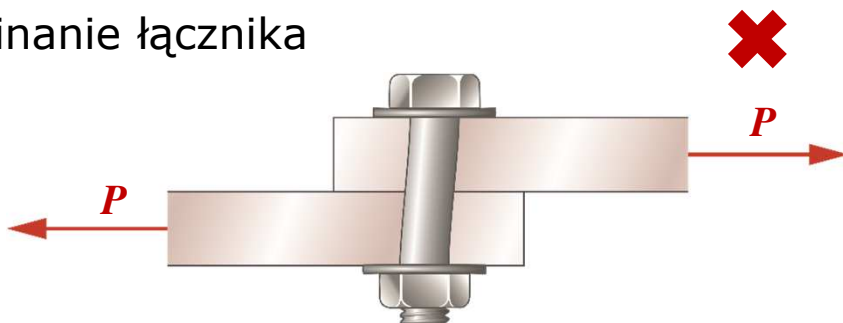
$$M_x = \int_A (\tau_{xz} y - \tau_{xy} z) dA \quad - \text{skręcanie}$$

$$\left. \begin{aligned} M_y &= \int_A \sigma_x z dA \\ M_z &= - \int_A \sigma_x y dA \end{aligned} \right\} - \text{zginanie}$$

# Ścinanie techniczne Idealizacja

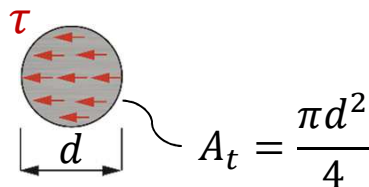


Zginanie łącznika



Przybliżony rozkład naprężeń stycznych w przekroju łącznika

$$\tau = \frac{P}{A_t}$$

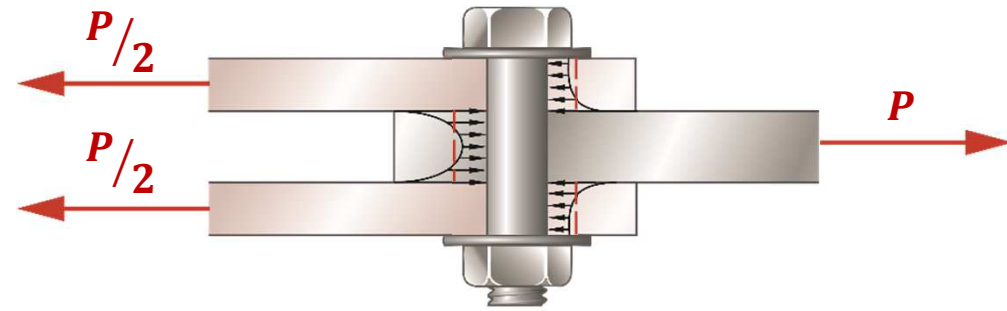


Połączenia na śruby, nity, sworznie, kołki projektowane są przy następujących założeniach:

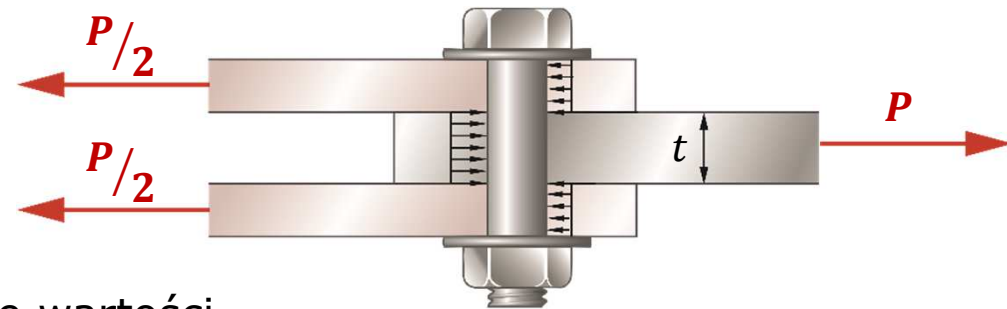
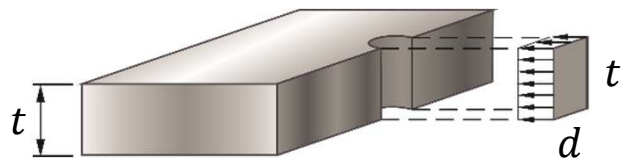
- Pomijamy zginanie, gdyż wywołane przez nie naprężenia są znacząco mniejsze od tych, które pochodzą od ścinania
- Siła tnąca działająca w przekroju poprzecznym śruby wywołuje równomierny rozkład naprężeń, który stanowi przybliżenie rzeczywiście występującego.

# Docisk Idealizacja

Rzeczywisty rozkład naprężeń na cylindrycznej powierzchni docisku blachy do trzpienia łącznika.



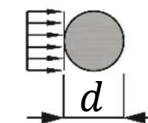
Przybliżony rozkład naprężeń na zastępczej powierzchni docisku tworzonej przez grubość blachy  $t$  i średnicę łącznika  $d$ .



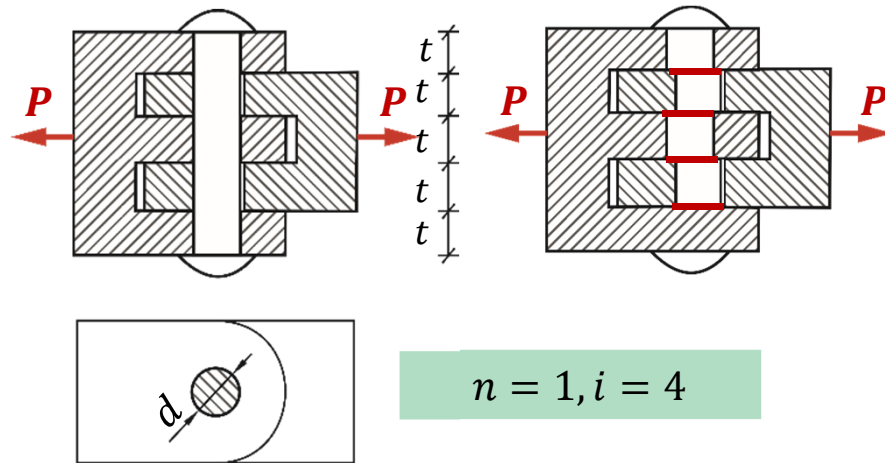
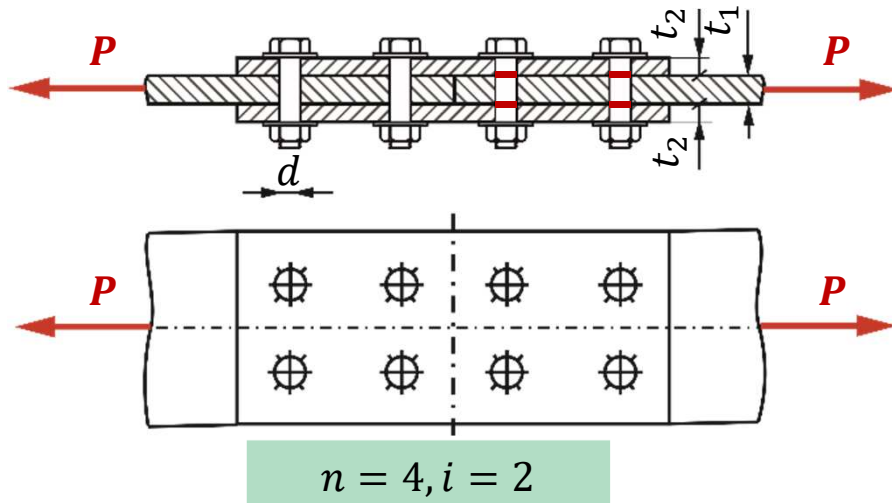
Naprężenie od docisku:

$$\sigma_d = \frac{P}{t \cdot d}$$

Przekroczenie wartości dopuszczalnej dla tego naprężenia powoduje uplastycznienie blachy



# Warunek bezpieczeństwa Ścięcie trzpienia łącznika



Naprężenia ścinające pojedynczy łącznik:

$$\tau = \frac{P/n}{A_t}$$

Powierzchnia ścinania:

$$A_t = \frac{\pi d^2}{4} \cdot i$$

$d$  – średnica łącznika

$n$  – liczba łączników przenoszących siłę.

$i$  – liczba płaszczyzn ścinania

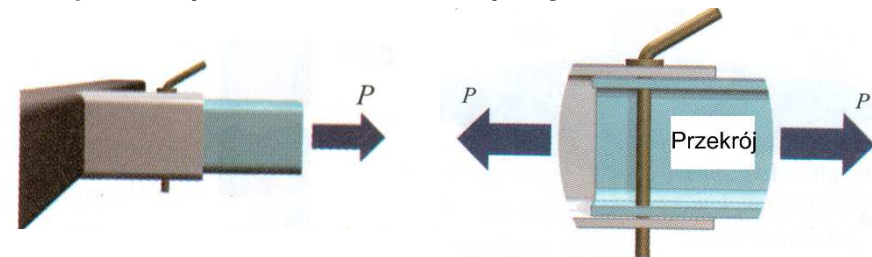
$$i = m - 1$$

$m$  – liczba blach objętych łącznikiem

$k_t$  – dopuszczalne naprężenie na ścinanie

Warunek bezpieczeństwa przy ścinaniu:

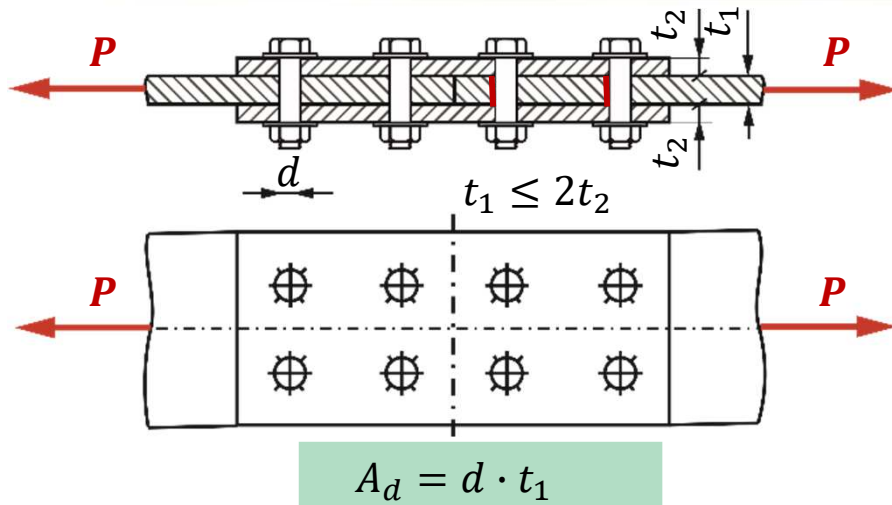
$$\frac{4P}{\pi d^2 \cdot n \cdot i} \leq k_t$$



Philpot T.A.: Mechanics of materials



# Warunek bezpieczeństwa Uplastycznienie wskutek docisku trzcienia do ścianek otworu



Naprężenie od docisku pojedynczego łącznika:

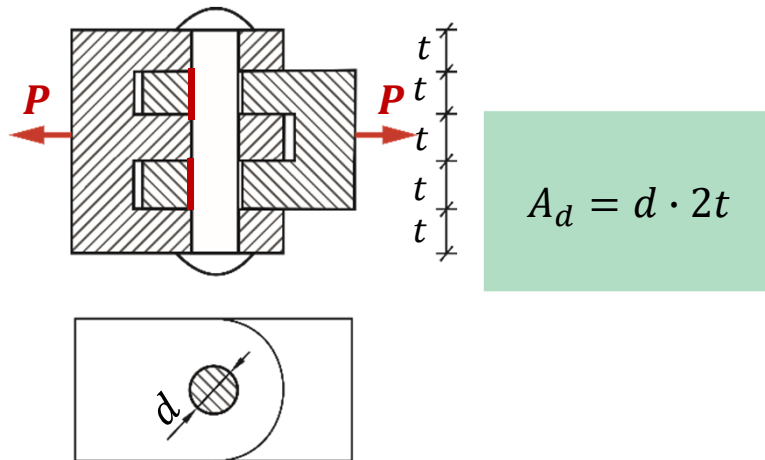
$$\sigma_d = \frac{P/n}{A_d}$$

Powierzchnia docisku:

$$A_d = d \sum_i t_i$$

Warunek bezpieczeństwa przy docisku:

$$\frac{P}{d \sum_i t_i \cdot n} \leq p_{dop}$$



$d$  – średnica łącznika

$n$  - liczba łączników przenoszących siłę.

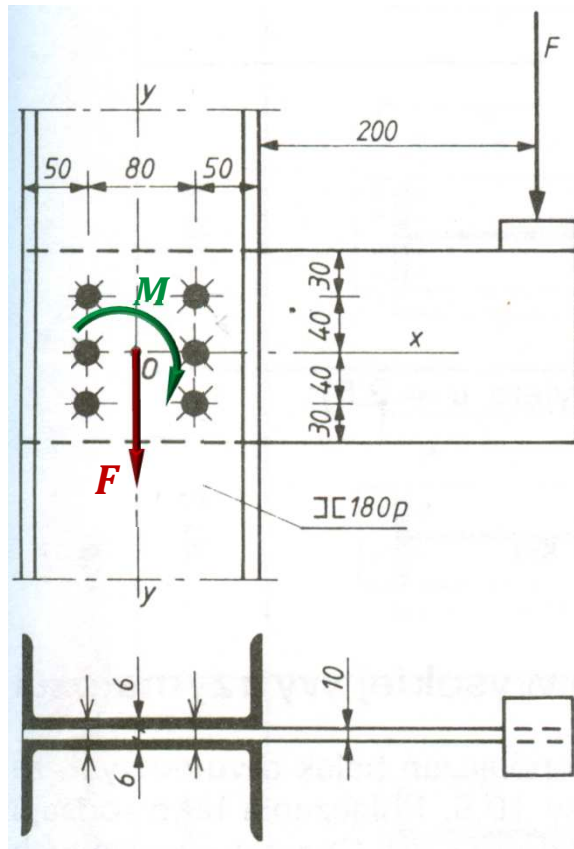
$\sum_i t_i$  - mniejsza z sumarycznych grubości blach dociskanych do jednej strony łącznika

$p_{dop}$  - dopuszczalne naprężenie przy docisku

# Przykłady obliczeń

## Zadanie 1

Sprawdź czy spełniony jest warunek bezpieczeństwa dla śrub M12 klasy 4.6 w połączeniu obciążonym siłą  $F = 15 \text{ kN}$  jak na poniższym rysunku. Dopuszczalne naprężenie na ścinanie  $k_t = 180 \text{ MPa}$ , zaś dopuszczalne naprężenie na docisk  $p_d = 537.5 \text{ MPa}$ .



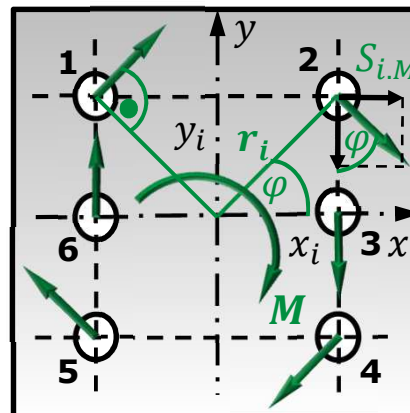
Siła działająca na pojedynczy łącznik w wyniku **obciążenia siłą skupioną**

$$S_{i,F} = \frac{-F}{n} \quad n - \text{liczba łączników}$$

Założenie:

Siła działająca na pojedynczy łącznik w wyniku **obciążenia momentem** jest prostopadła do promienia wodzącego łącznika oraz proporcjonalna do jego długości:  $S_{i,M} = k \cdot r_i$

$$M = k \sum_i r_i^2 \Rightarrow k = \frac{M}{\sum_i (x_i^2 + y_i^2)} \rightarrow S_{i,M} = \frac{M r_i}{\sum_i (x_i^2 + y_i^2)}$$



$$S_{i,M,x} = S_{i,M} \sin \varphi = \frac{y_i}{r_i} S_{i,M}$$

$$|S_{i,M,y}| = S_{i,M} \cos \varphi = \frac{x_i}{r_i} S_{i,M}$$

$$S_{i,M,x} = \frac{M y_i}{\sum_i (x_i^2 + y_i^2)} \quad S_{i,M,y} = \frac{-M x_i}{\sum_i (x_i^2 + y_i^2)}$$

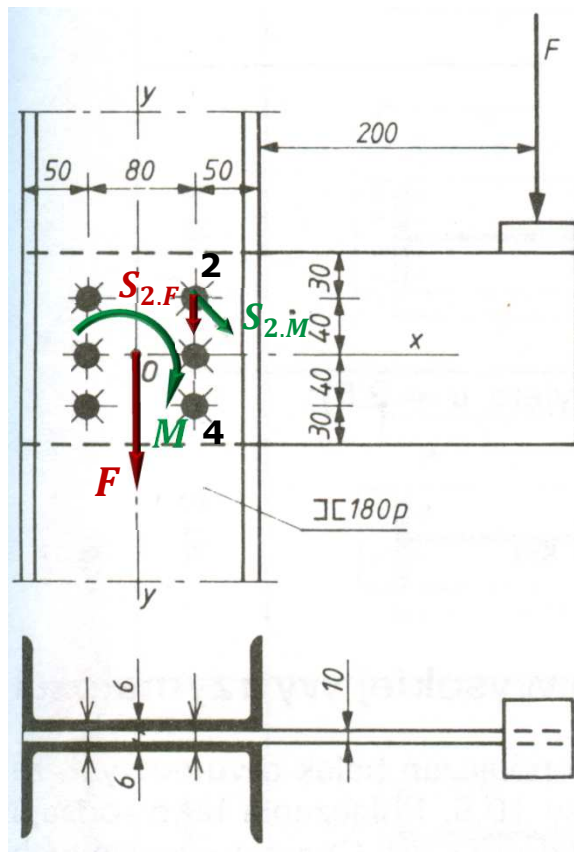
$$S_i = \sqrt{S_{i,M,x}^2 + (S_{i,M,y} + S_{i,F})^2}$$



# Przykłady obliczeń

## Zadanie 1

Sprawdź czy spełniony jest warunek bezpieczeństwa dla śrub M12 klasy 4.6 w połączeniu obciążonym siłą  $F = 15$  kN jak na poniższym rysunku. Dopuszczalne naprężenie na ścinanie  $k_t=180$  MPa, zaś dopuszczalne naprężenie na docisk  $p_d=537.5$  MPa.



Siła działająca na pojedynczy łącznik w wyniku **obciążenia siłą skupioną**

$$S_{i.F} = \frac{-15}{6} = -2.5 \text{ kN}$$

Siła działająca na pojedynczy łącznik w wyniku **obciążenia siłą momentem**

$$M = 15 \cdot 0.29 = 4.35 \text{ kNm}$$

$$S_{2.M.x} = \frac{4.35 \text{ kNm} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{(6 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4^2) \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 10.9 \text{ kN} = -S_{2.M.y}$$

$$S_2 = \sqrt{10.9^2 + (-10.9 - 2.5)^2} = 17.3 \text{ kN}$$

**Warunek bezpieczeństwa: ścinanie**

$$\frac{S_2}{2 \frac{\pi d^2}{4}} \leq k_t \Leftrightarrow 76.5 \text{ MPa} < 180 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

**Warunek bezpieczeństwa: docisk**

$$\frac{S_2}{t \cdot d} \leq k_t \Leftrightarrow \frac{17.3 \text{ kN}}{1.2 \cdot 1.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \leq 537.5 \text{ MPa} \Leftrightarrow 144.2 \text{ MPa} < 180 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

# Obliczenia wytrzymałościowe

## Ścinanie spoin pachwinowych

Naprężenia ścinające spoinę:

$$\tau = \frac{P}{A_t}$$

Warunek bezpieczeństwa przy ścinaniu spoiny:

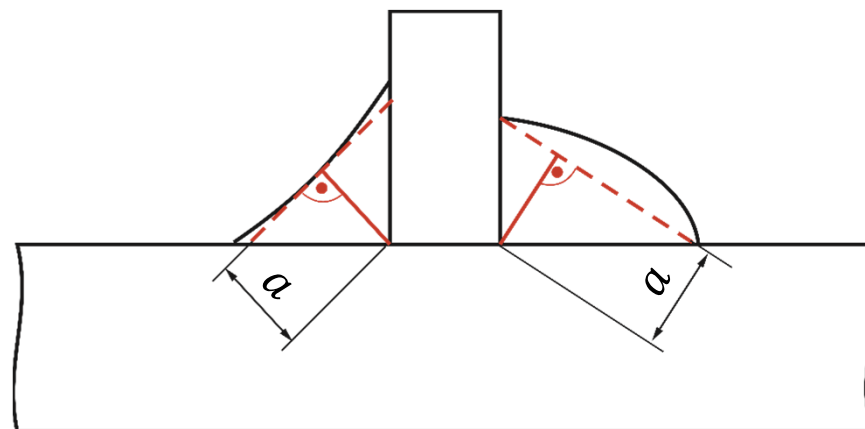
$$\frac{P}{a \cdot l_{eff}} \leq k_{ts}$$

$A_t$  - pole powierzchni ścinania

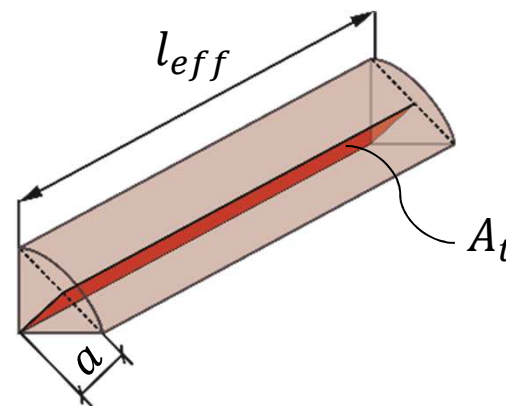
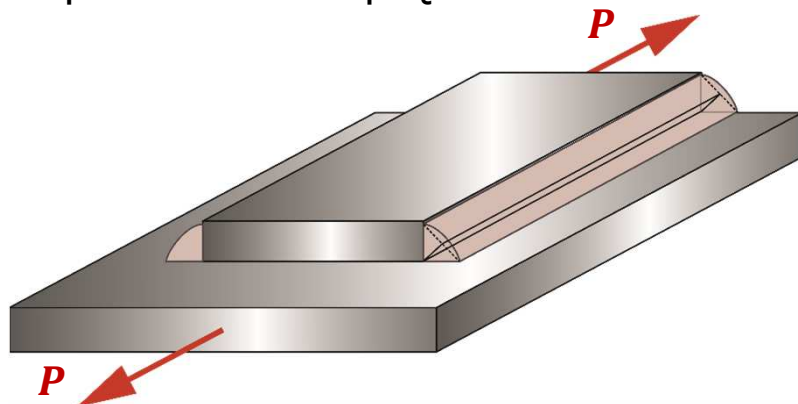
$a$  - grubość spoiny

$l_{eff}$  - efektywna długość spoiny

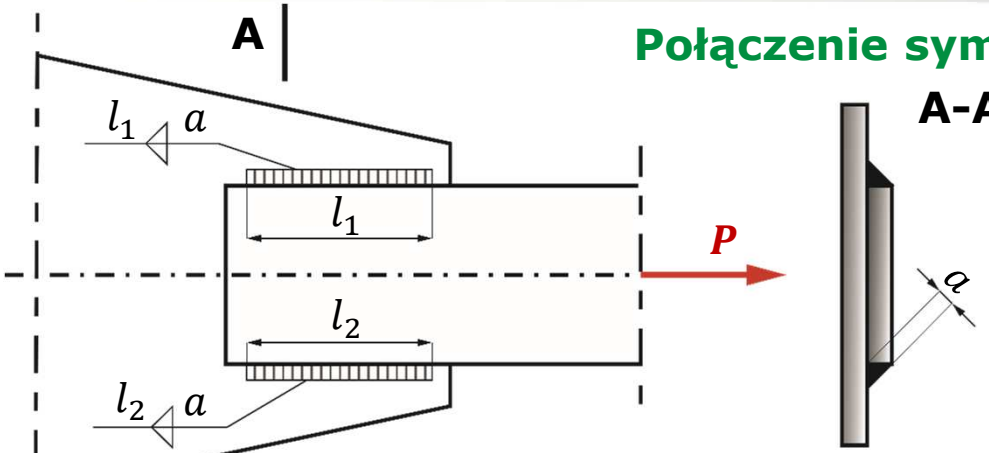
$k_{ts}$  - dopuszczalne naprężenie na ścinanie



Norma: Projektowanie konstrukcji stalowych  
PN-EN 1993-1-8:2005



# Zasady doboru długości wzdluznych spoin pachwinowych



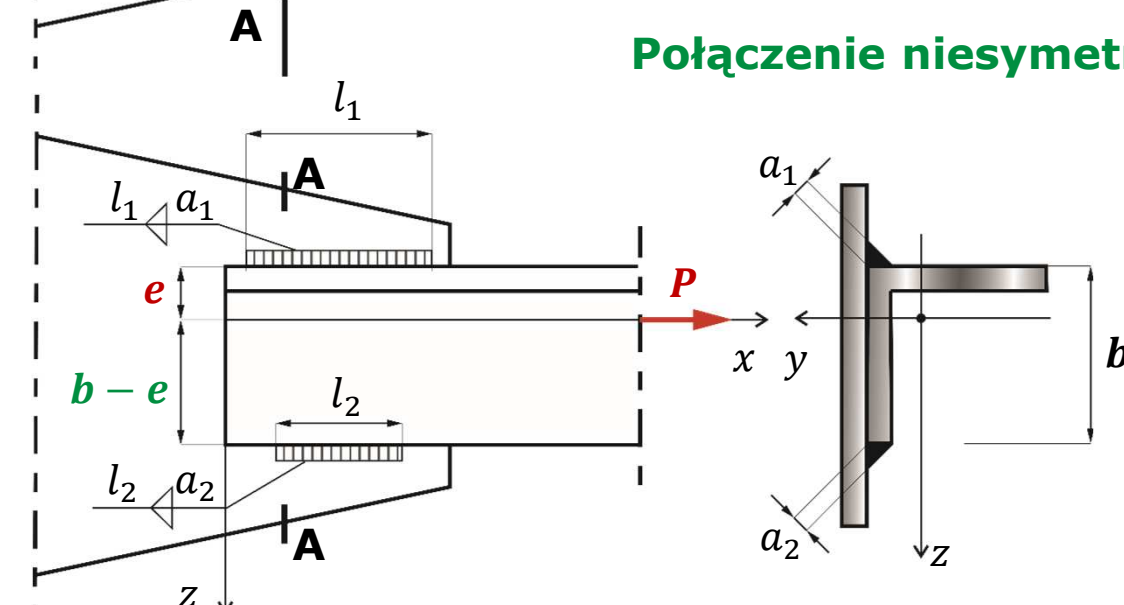
**Połączenie symetryczne**

$$l_1 = l_2 = l$$

$$l_c = l_1 + l_2$$

$$l_c = 2l$$

$$\frac{P}{a \cdot l_c} \leq k_{ts}$$



**Połączenie niesymetryczne**

$$z_c = \frac{S_x}{A} = 0$$

$$\frac{-l_1 a_1 e + a_2 l_2 (b - e)}{l_1 a_1 + a_2 l_2} = 0$$

**gdym:  $a_1 = a_2$**

$$l_1 e = l_2 (b - e)$$

$$l_c = l_1 + l_2$$

© K. Nalepka, Wytrzymałość Materiałów: Projektowanie połączeń konstrukcji